

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет»**

**УТВЕРЖДАЮ**

Руководитель программы аспирантуры

 П.В. Трусов  
д.ф.-м.н., профессор кафедры ММСИ

« 29 » « ИЮНЬ » 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины по программе аспирантуры**

**«Механика сплошных сред»**

Научная специальность	1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ
Направленность (профиль) программы аспирантуры	Математическое моделирование и управление физико-механическими процессами
Выпускающая(ие) кафедра(ы)	Математическое моделирование систем и процессов (ММСИ) Строительные конструкции и вычислительная механика (СКиВМ) Сварочное производство, метрология и технология материалов (СПМТМ) Динамика и прочность машин (ДПМ)
Форма обучения	Очная
Курс: 2	Семестр (ы): 3
Виды контроля с указанием семестра:	
Экзамен:	Зачет: 3
	Диф.зачет:

Пермь 2023

## **1. Общие положения**

Рабочая программа дисциплины «Механика сплошных сред» разработана на основании следующих нормативных документов:

- Приказ Минобрнауки России от 20.10.2021 N 951 "Об утверждении федеральных государственных требований к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре), условиям их реализации, срокам освоения этих программ с учетом различных форм обучения, образовательных технологий и особенностей отдельных категорий аспирантов (адъюнктов)";
- Постановление Правительства РФ от 30.11.2021 N 2122 "Об утверждении Положения о подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (адъюнктуре)";
- Самостоятельно устанавливаемые требования к реализуемым программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре Пермского национального исследовательского политехнического университета;
- Базовый план по программе аспирантуры;
- Паспорт научной специальности.

**1.1 Цель учебной дисциплины** – формирование комплекса знаний, умений и навыков в области механики сплошных сред.

### **1.2 Место учебной дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Механика сплошных сред» является обязательной дисциплиной образовательного компонента плана аспиранта.

Дисциплина используется при подготовке к сдаче кандидатского экзамена по специальности 1.2.2. Математическое моделирование и управление физико-механическими процессами.

Кандидатский экзамен представляют собой форму оценки степени подготовленности соискателя ученой степени кандидата наук к проведению научных исследований по конкретной научной специальности и отрасли науки, по которой подготавливается или подготовлена диссертация.

## **2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

В результате изучения дисциплины аспирант должен демонстрировать следующие результаты:

### **Знать:**

- принципы формулировки математических постановок задач рациональной механики сплошных сред, структуру уравнений баланса для параметров механической, физической или иной природы, типов граничных и начальных условий;
- принципы построения определяющих соотношений, в том числе – принципа независимости от выбора системы отсчета, структуру групп равноправности для жидкостей, изотропных и анизотропных твердых тел, примеры основных определяющих соотношений классических сред;
- основы неравновесной термодинамики сплошных сред, определения и критерии устойчивости решений;
- формулировки принципа наименьшего действия, принципа виртуальной работы и других вариационных принципов механики сплошных сред; алгоритм вывода уравнений движения сплошных сред из вариационных принципов;
- определения замкнутых математических постановок задач механики сплошных сред для классических и обобщенных континуумов, методы их анализа и решения;

- определения сильной и слабой постановок задач механики сплошных сред, принципы и основные соотношения метода конечных элементов.

**Уметь:**

- записывать уравнения балансового типа для величин механической, физической или иной природы, записывать для полученных уравнений граничные и начальные условия, выбирать определяющие уравнения для исследуемых сред;
- выводить уравнения для механических переменных из вариационных принципов механики сплошных сред;
- проводить анализ математической постановки, линеаризовать поставленную задачу механики сплошных сред для ее предварительного исследования;
- разрабатывать алгоритм численного решения задач механики сплошных сред.

**Владеть:**

- навыками формулировки математической постановки и решения простейших задач для различных классических сплошных сред;
- навыками получения из вариационных принципов механики уравнений движения и граничных условий для различных классических и обобщенных сплошных сред;
- навыками получения балансовых уравнений для различных величин физико-механической, химической, биологической или иной природы;
- навыками использования практических приемов и методов решения задач для классических сплошных сред, включая применение численных постановок их решения.

**3. Структура учебной дисциплины по видам и формам учебной работы**

Таблица 1

Объем и виды учебной работы

№ п.п.	Вид учебной работы	Трудоемкость, ч
		3 семестр
1	Аудиторная работа	39
	В том числе:	
	Лекции (Л)	
	Практические занятия (ПЗ)	32
2	Контроль самостоятельной работы (КСР)	7
	Самостоятельная работа (СР)	69
	Форма итогового контроля:	Зачет

**4. Содержание учебной дисциплины**

**4.1. Содержание разделов и тем учебной дисциплины**

Раздел 1. Кинематика сплошной среды.

(Л – , ПР – 10, СР – 21)

Тема 1. Дифференцирование интеграла по подвижному объему. Вычисление материальных производных от функций различного ранга в отсчетной и текущей конфигурациях.

Тема 2. Теорема Остроградского-Гаусса, ее обобщения. Общая структура балансовых уравнений. Уравнение неразрывности, уравнение несжимаемости. Уравнение баланса количества движения: определение, аксиомы. Принцип материальной индифферентности. Жесткое движение сплошного тела. Индифферентные и инвариантные тензоры.

Раздел 2. Динамика сплошной среды.

(Л – , ПР – 10, СР – 24)

Тема 3. Объемные и поверхностные силы. Внешние и внутренние силы. Вектор напряжений. Теоремы Коши о свойствах вектора напряжений. Уравнение баланса момента количества движения (МКД): определение, аксиомы.

Тема 4. Внутренние и внешние, поверхностные и объемные моменты и моменты-пары. Тензор моментных напряжений. Интегральная и локальная формы уравнения баланса МКД. Неполярные и полярные среды.

Раздел 3. Термодинамика сплошной среды.

(Л – , ПР – 14, СР – 24)

Тема 5. Первый закон термодинамики. Интегральная форма закона сохранения энергии: определения, аксиомы. Вектор потока тепла. Локальное уравнение баланса энергии. Теорема живых сил и уравнение притока тепла. Второй закон термодинамики: определения, аксиомы. Интегральная формулировка. Неравенство Планка (положительность производства энтропии за счет внутренних источников). Неравенство Клаузиуса (для плотности производства энтропии). Дифференциальная формулировка второго закона термодинамики. Неравенство Фурье.

#### 4.2. Перечень тем практических занятий

Таблица 2

Темы практических занятий (из пункта 4.1)

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы практического занятия	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	1	Построение группы равноправности для всех кристаллографических классов симметрии, использование для этого инвариантного разложения тензорзначных функций Я.Рыхлевского.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
2	2	Применение теорема Остроградского-Гаусса для заданного движения сплошной среды.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
3	3	Примеры применения уравнения баланса момента количества движения (МКД).	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
4	4	Определения тензора моментных напряжений для некоторых случаев движения сплошной среды.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
5	5	Запись соотношений для численной реализации метода конечных элементов для градиентной изотропной упругой среды.	Творческое задание	Темы творческих заданий

#### 4.3. Перечень тем для самостоятельной работы аспирантов

Самостоятельная работа аспирантов заключается в теоретическом изучении конкретных вопросов и выполнении творческих заданий.

Таблица 3

### Темы самостоятельных заданий

№ п.п.	Номер темы дисциплины	Наименование темы самостоятельной работы	Наименование оценочного средства	Представление оценочного средства
1	1	Представление балансовых уравнений механических и термодинамических величин в материальном и пространственном описании в интегральной и локальной формах записи.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
2	2	Подготовка обзора литературы по введению коротационных производных, исследование скоростных форм записи анизотропного упругого закона.	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины
3	3	Применение принципа виртуальных работ для получения уравнений движения и граничных условий для анизотропного упругого тела при больших деформациях, получение набора аналогичных соотношений для упругой градиентной среды.	Творческое задание	Темы творческих заданий
4	4	Примеры применения интегральной и локальной формы уравнения баланса МКД	Творческое задание	Темы творческих заданий
5	5	Применение неравенства Планка (положительность производства энтропии за счет внутренних источников) и неравенства Клаузиуса (для плотности производства энтропии).	Собеседование	Вопросы по темам / разделам дисциплины

#### 5. Методические указания для аспирантов по изучению дисциплины

При изучении дисциплины «Механика сплошных сред» аспирантам целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически;
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела;
3. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции;

#### 6. Перечень учебно-методического, библиотечно-справочного и информационного, информационно-справочного обеспечения для работы аспиранта по дисциплине

##### 6.1. Библиотечные фонды и библиотечно-справочные системы

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
<b>1 Основная литература</b>		
1	Крайнов В. П. Лекции по избранным проблемам механики сплошных сред: учебное пособие для вузов — Долгопрудный: Интеллект, 2014. — 118 с.	1
2	Зубко И.Ю., Няшина Н.Д. Математическое моделирование: дискретные подходы и численные методы: учеб. пособие. — Пермь: Изд-во ПНИПУ. 2012. — 365 с.	5+ЭБ
3	Папуша А. Н. Механика сплошных сред учебник для вузов. — Москва, Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2011. — 696 с.	1
4	Овидько И.А., Семёнов Б.Н., Шейнерман А.Г. Механика деформируемых наноматериалов: учебное пособие для вузов. — Санкт-Петербург: Изд-во СПбГУ, 2013. — 142 с.	1
<b>2 Дополнительная литература</b>		
<b>2.1 Учебно-методические, научные издания</b>		
1	Седов Л.И. Механика сплошной среды. Том 1. — Санкт-Петербург : Лань, 2004. — 528 с.	49
2	Седов Л.И. Механика сплошной среды. Том 2. — Санкт-Петербург : Лань, 2004. — 560 с.	39
3	Трусов П.В., Дударь О.И., Онискив В.Д. Механика сплошной среды. Ч.1: Кинематика. — Пермь: ПГТУ, 1994, 88 с.	43
4	Трусов П.В., Дударь О.И. Механика сплошной среды. Ч.2: Динамика сплошной среды. — Пермь: ПГТУ, 1995, 72 с.	37
5	Трусов П.В. Механика сплошной среды. Ч. 3: Классические среды. — Пермь: ПГТУ, 1996, 142 с.	40
6	Гольдштейн Р.В., Городцов В.А. Механика сплошных сред. Часть 1. Основы и классические модели жидкостей — М.: Наука. Физматлит, 2000. — 256 с.	32
7	Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. — М.: Изд-во МГУ, 1990. — 310 с.	27
8	Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.	28
9	Победря Б. Е., Георгиевский Д. В. Лекции по теории упругости. — Эдиториал УРСС, 1999. — 207 с.	1
10	Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. — М: Наука, 1986. — 232 с.	3
11	Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. — М.: Наука, 1975. — 592 с.	4
12	Бердичевский В.Л. Вариационные принципы механики сплошной среды. — М.: Наука, 1983. — 447 с.	4
13	Еременко С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел. — Харьков: Основа, 1991. — 272 с.	2
14	Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. — Новосибирск: Издательство СО РАН, 2000. — 262 с.	1

№	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке+кафедре; местонахождение электронных изданий
1	2	3
<b>2.2 Периодические издания</b>		
1	<i>Математическое моделирование : журнал. - Москва: Наука. с 1989 г.</i> <a href="http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser145033">http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser145033</a>	
2	<i>Известия Российской академии наук. Механика твердого тела : научный журнал. - Москва: Наука, с 1966 с.</i> <a href="http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser145433">http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser145433</a>	
3	<i>Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа : научный журнал / Российская академия наук. - Москва: Наука, 1966 - .</i> <a href="http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser23834">http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser23834</a>	
4	<i>Вестник ПНИПУ. Механика : журнал / Пермский национальный исследовательский политехнический университет ; Под ред. А. А. Ташкинова. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, с 2012 г.</i> <a href="http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/">http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/</a>	
5	<i>Прикладная механика и техническая физика : журнал. - Новосибирск: СО РАН, с 1960 г.</i> <a href="http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser145580">http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser145580</a>	
6	<i>Физическая мезомеханика : журнал / Российская академия наук. Сибирское отделение; Институт физики прочности и материаловедения. - Томск: Ин-т физики прочности и материаловедения СО РАН, 1998 - .</i> <a href="http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser70600">http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser70600</a>	
7	<i>Физика твердого тела : журнал / Российская академия наук. Отделение физических наук; Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе. - Санкт-Петербург: Наука, 1959 - .</i> <a href="http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser52642">http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser52642</a>	
8	<i>Вычислительная механика сплошных сред : журнал / Российская академия наук, Уральское отделение; Институт механики сплошных сред. - Пермь: ИМСС УрО РАН, с 2008 г.</i> <a href="http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser96485">http://elib.pstu.ru/vufind/Record/RUPSTUser96485</a>	
9	<i>Журналы издательств Elsevier, Springer и др., доступные в e-library</i> <a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	Научная электронная библиотека (НЭБ)
<b>2.3 Нормативно-технические издания</b>		
1	Не требуется.	
<b>2.4 Официальные издания</b>		
1	Не требуется.	

## 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### 6.2.1. Информационные и информационно-справочные системы

1. *Справочная Правовая Система КонсультантПлюс [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных правовой информ. : док., коммент., кн., ст., обзоры и др.]. –*

Версия 4015.00.02, сетевая, 50 станций. – Москва, 1992–2016. – Режим доступа: Компьютер. сеть Науч. б-ки Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

2. Информационная система Техэксперт: Интранет [Электронный ресурс] : [полнотекстовая база данных правовой информ. : законодат. и норматив. док., коммент., журн. и др.] / Кодекс. – Версия 6.3.2.22, сетевая, 50 рабочих мест. – Санкт-Петербург, 2009-2013. – Режим доступа: Компьютер. сеть Науч. б-ки Перм. нац. исслед. политехн. ун-та. – Загл. с экрана.

## 7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

### 7.1. Основное учебное оборудование. Рабочее место аспиранта.

Таблица 4

№ п.п.	Наименование и марка оборудования (стенда, макета, плаката, лабораторное оборудование)	Кол-во ед.	Форма приобретения / владения (собственность, оперативное управление, аренда и т.п.)	Номер аудитории
1	2	3	4	5
1	Персональные компьютеры (локальная сеть)	10	Оперативное управление	317

## 8. Фонд оценочных средств

Освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра. Формой контроля освоения результатов обучения по дисциплине является зачет, проводимый с учетом результатов текущего контроля.

### 8.1. Описание показателей и критериев оценивания, описание шкал оценивания.

Контроль качества освоения дисциплины включает в себя текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию аспирантов

#### Текущий контроль

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценку освоения дисциплин и проводится в форме собеседования и защиты отчета о творческом задании.

#### • Собеседование

Для оценки **знаний** аспирантов проводится собеседование в виде специальной беседы преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной для выяснения объема знаний по определенному разделу, теме, проблеме.

Собеседование может выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

#### • Защита отчета о творческом задании

Для оценки **умений и владений** аспирантов используется творческое задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.

Творческие задания могут выполняться в индивидуальном порядке или группой аспирантов.

### Промежуточная аттестация

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего контроля. Промежуточная аттестация проводится в виде зачета по дисциплине, в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) и практическое задание (ПЗ).

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания. Пример билета представлен в приложении 1.

- **Шкалы оценивания результатов обучения при сдаче зачета:**

Шкалы и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачета приведены в табл. 5.

Таблица 5

Шкала оценивания результатов освоения при сдаче зачета

Оценка	Критерии оценивания
<i>Зачтено</i>	Аспирант продемонстрировал сформированные или содержащие отдельные пробелы знания при защите итоговой работы. Показал сформированные или содержащие отдельные пробелы <b>знания</b> в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно.  Аспирант выполнил все задачи, поставленные перед ним в рамках выполнения итоговой работы полностью или с небольшими недоработками. Показал успешное или сопровождающееся отдельными ошибками применение <b>навыков</b> полученных знаний и <b>умений</b> при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов правильно.
<i>Незачтено</i>	При защите итоговой работы аспирант продемонстрировал фрагментарные <b>знания</b> . При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неправильных ответов.  При решении задач, поставленных перед аспирантом в рамках выполнения итоговой работы, аспирант продемонстрировал частично освоенное <b>умение</b> и <b>применение</b> полученных навыков при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неточностей.

### 9. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

Задания для текущего контроля и проведения промежуточной аттестации должны быть направлены на оценивание:

1. уровня освоения теоретических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности аспиранта применять теоретические знания и профессионально значимую информацию и оценивание сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

### 10. Типовые контрольные вопросы и задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения дисциплины

Перечень контрольных вопросов и заданий для сдачи кандидатского экзамена по научной специальности 1.2.2. «Математическое моделирование и управление физико-механическими процессами» разработан с учетом научных достижений научно-исследовательской школы кафедры.

Типовые творческие задания:

1. Рассматривая легкие человека как упругую пористую среду, способную испытывать большие обратимые деформации при наполнении пор воздухом, записать для них уравнения механики в скоростной форме, учитывая входящие и выходящие потоки массы воздуха. Исследовать вопрос об анизотропии свойств такой упругой среды, исследовать возможность применения конвективных или коротационных производных. Провести анализ сделанной математической постановки. Осуществить переход к слабой форме уравнений для подготовки к численному моделированию.

Типовые контрольные задания:

1. Получить с использованием формализма механики сплошных сред математическую постановку модели физико-механического, биологического или химического процесса или системы, исследуемой в научной работе аспиранта. *(Для отисания процесса берется любая из статей, подходящая по тематике и опубликованная в рекомендованном руководителем научном журнале за последние два года)*

Полный комплект вопросов и заданий в форме утвержденных билетов хранится на кафедре «ММСП».

**Программа**

Математическое моделирование и управление  
физико-механическими процессами

**Кафедра**

Математическое моделирование систем  
и процессов

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**ФГАОУ ВО «Пермский национальный**  
**исследовательский политехнический**  
**университет» (ПНИПУ)**

**Дисциплина**

«Механика сплошных сред»

**БИЛЕТ № 1**

1. Уравнения движения и граничные условия для упругого градиентного континуума второго порядка, получаемые с помощью принципа виртуальной работы.
2. Вывод векторно-матричной записи слабых форм уравнений и функционалов вариационных принципов для анизотропного упруго тела.
3. Получить дискретизацию полученных слабых форм уравнений по пространственным переменным.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_

(подпись)

Трусов П.В.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 202 \_\_\_\_ г.

**Лист регистрации изменений**

<b>№ п.п.</b>	<b>Содержание изменения</b>	<b>Дата, номер протокола заседания кафедры. Подпись заведующего кафедрой</b>
1	2	3
1		
2		
3		
4		